

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

1 тур

7 клас

1. Олеся записала натуральне число N . Після цього Андрійко записав одну шосту, одну п'яту, одну четверту, одну третю та одну другу від числа N . Виявилось, що сума усіх записаних чисел є цілим числом. Яке найменше число могла записати Олеся?

Відповідь обґрунтуйте.

2. До натурального числа N справа дописали дві різні ненульові цифри. Виявилось, що одержане число ділиться націло на N . При якому найбільшому N це можливо?

Відповідь обґрунтуйте.

3.1. а) Прямокутник $ABCD$ розрізано на декілька квадратів, периметр кожного з яких дорівнює цілому числу сантиметрів. Чи обов'язково і периметр прямокутника $ABCD$ також визначається цілим числом сантиметрів?

б) Квадрат $ABCD$ розрізано на декілька квадратів, периметр кожного з яких дорівнює цілому числу сантиметрів. Чи обов'язково і периметр квадрата $ABCD$ також визначається цілим числом сантиметрів?

Відповідь обґрунтуйте.

4.1. Є 10 куп камінців, у яких знаходиться відповідно 3, 4, 5, ..., 12 камінців. За один хід дозволяється обрати довільні три купки камінців та додати у першу 1 камінець, у другу – 2, у третю – 3 камінці, або обрати довільні три купки камінців та забрати з першої купки 1 камінець, з другої – 2, з третьої – 3 камінці, при умові, що у обраних купках є достатня кількість камінців.

Чи можна за скінченну кількість ходів одержати ситуацію, при якій у кожній купці знаходиться рівно по 2011 камінців?

Відповідь обґрунтуйте.

22 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,
а також будь-якими електронними засобами забороняється**
**Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені
на сайті www.matholymp.org.ua**