

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
 Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка
 Київський національний університет імені Тараса Шевченка
 Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

2 тур

10 клас

1. Сума декількох послідовних натуральних чисел (більше одного) дорівнює 2011. Знайдіть усі такі набори послідовних натуральних чисел.

2. Послідовність (a_n) визначається такими умовами:

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = (n+1)(a_n + a_{n+1})$$

для кожного натурального n . На скільки нулів закінчується число a_{2011} ?

3. На столі лежать цукерки. За один хід Петрик може забрати зі столу кілька з них. Першим ходом він забирає рівно одну цукерку, а кожного наступного ходу може забрати або стільки ж цукерок, як під час попереднього ходу, або вдвічі більше. За яку найменшу кількість ходів Петрик зможе забрати зі столу рівно 2011 цукерок?

4. У двох колах, що дотикаються зовнішнім чином в точці C , провели співнаправлені діаметри A_1A_2, B_1B_2 (тобто чотирикутник $A_1B_1B_2A_2$ є трапецією з основами A_1A_2 та B_1B_2 або паралелограмом). Коло з центром на спільній внутрішній дотичній до даних двох проходить через точку перетину прямих A_1B_2, A_2B_1 , а також перетинає їх у точках M, N . Доведіть, що пряма MN перпендикулярна паралельним діаметрам A_1A_2, B_1B_2 .

5. Знайти усі трійки простих чисел p, q, r , для яких виконується рівність:

$$p(p+1) + q(q+1) = r(r+1).$$

30 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
 Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,
 а також будь-якими електронними засобами забороняється**
**Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені
 на сайті www.matholymp.org.ua**