

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
 Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка
 Київський національний університет імені Тараса Шевченка
 Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

2 тур

8 клас

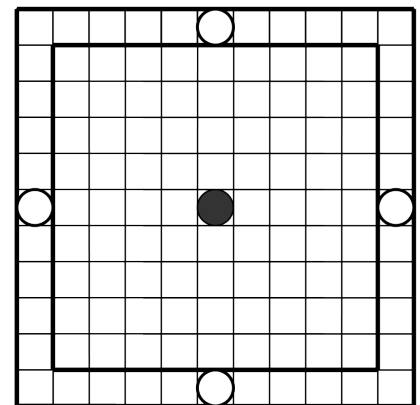
1. Знайдіть найбільше парне натуральне число, у якого усі цифри різні та кожні дві сусідні цифри відрізняються щонайменше на 2.

2. Знайдіть попарно різні натуральні числа a, b, c, d такі, що:

$$\frac{1}{2011} = \frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} - \frac{c}{c+1} - \frac{d}{d+1}.$$

3. На сторонах AD та BC квадрата $ABCD$ вибрані точки M та N відповідно таким чином, що $AM = BN$. Точка X – основа перпендикуляра, опущеного з точки D на пряму AN . Доведіть, що кут MXC – прямий.

4. На дошці розміром 11×11 клітинок на центральному полі стоїть чорна фішка, а на серединах сторін зовнішнього квадрату стоять 4 білі фішки. Перший гравець грає чорною фішкою, він може за один хід пересунути її на будь-яку сусідню по стороні клітину, якщо на ній не стоїть біла фішка. Другий гравець своїм ходом виставляє додатково 1 білу фішку на зовнішньому периметрі квадрату, але обов'язково в таке поле, що межує по стороні з будь-яким іншим полем, в якому вже стоїть біла фішка (дивись рисунок).



Виграє перший гравець, якщо йому вдалося досягти зовнішньої межі квадрату. Якщо другий зміг цьому завадити, то перемагає він. Хто переможе у такій грі, перший чи другий гравець?

5.1. Натуральне число $k > 1$. Знайдіть усі цілі числа (x, y) , які задовольняють рівність:

$$y^k = x^2 + x.$$

30 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
 Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,
 а також будь-якими електронними засобами забороняється**
 Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені
 на сайті www.matholymp.org.ua