

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
 Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка
 Київський національний університет імені Тараса Шевченка
 Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

2 тур

7 клас

1. Знайдіть найбільше натуральне число, у якого усі цифри різні та кожні дві сусідні цифри відрізняються щонайменше на 2.

Відповідь обґрунтуйте.

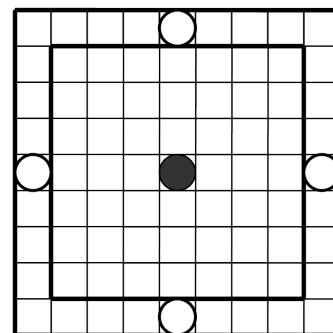
2. Використовуючі числа $1, 2, \dots, 20$ рівно по одному разу в якості чисельників або знаменників, утворіть 10 таких звичайних дробів, щоб їх сума була цілим числом. Достатньо навести принаймні один такий приклад.

Відповідь обґрунтуйте.

3. Чи існує опуклий чотирикутник, у якого протилежні сторони не паралельні, та який можна розрізати на 2011 рівнобедрених трикутників?

Відповідь обґрунтуйте.

4. На дошці розміром 9×9 клітинок на центральному полі стоїть чорна фішка, а на серединях сторін зовнішнього квадрату стоять 4 білі фішки. Перший гравець грає чорною фішкою, він може за один хід пересунути її на будь-яку сусідню по стороні клітину, якщо на ній не стоїть біла фішка. Другий гравець своїм ходом виставляє додатково 1 білу фішку на зовнішньому периметрі квадрату, але обов'язково в таке поле, що межує по стороні з будь-яким іншим полем, в якому вже стоїть біла фішка (дивись рисунок).



Виграє перший гравець, якщо йому вдалося досягти зовнішньої межі квадрату. Якщо другий зміг цьому завадити, то перемагає він. Хто переможе у такій грі, перший чи другий гравець?

Відповідь обґрунтуйте.

5. Знайти всі такі пари простих чисел (a, b) , для яких число $a^b b^a + 1$ також просте.

Відповідь обґрунтуйте.

30 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
 Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,
 а також будь-якими електронними засобами забороняється**
**Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені
 на сайті www.matholymp.org.ua**