

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Київський міський педагогічний університет імені Б.Д. Грінченка
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Завдання III етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2010-2011 рік

2 тур

9 клас

1. Знайдіть усі такі трицифрові натуральні числа N , які дорівнюють сумі цифр числа N до якої додається куб суми цифр числа N .

2. П'ять років тому сумарний вік усіх синів у родині перевищував сумарний вік усіх доньок на 2 роки. З того часу в сім'ї народилася ще одна дитина, і тепер сумарний вік усіх доньок перевищує сумарний вік усіх синів на 2 роки. Наскільки відрізнялися сумарний вік синів і сумарний вік доньок у родині два роки тому?

3. На папері в клітинку зі стороною 1 задано замкнену ламану без самоперетинів. Усі вершини ламаної лежать у вузлах сітки, а всі її ланки утворюють кут 45° з лініями сітки, а площа, яку вона обмежує, дорівнює 8. Скільки вузлів сітки може лежати всередині (не на межі) ламаної?

4. У двох колах, що дотикаються зовнішнім чином в точці C , провели співнаправлені діаметри A_1A_2, B_1B_2 (тобто чотирикутник $A_1B_1B_2A_2$ є трапецією з основами A_1A_2 та B_1B_2 або паралелограмом). Коло з центром на спільній внутрішній дотичній до даних двох проходить через точку перетину прямих A_1B_2, A_2B_1 , а також перетинає їх у точках M, N . Доведіть, що пряма MN перпендикулярна паралельним діаметрам A_1A_2, B_1B_2 .

5. Скільки розв'язків у цілих числах має рівняння

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = x^3 + y^3 + z^3 + s,$$

якщо а) $s = -1$; б) $s = 1$?

30 січня 2011 р.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування будь-якими зовнішніми джерелами інформації,
а також будь-якими електронними засобами забороняється
Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені
на сайті www.matholymp.org.ua**